Marco conceptual: una partícula puntual queda representada por el par $(\gamma(\tau), m)$, donde $\gamma(\tau)$ es una curva diferenciable, llamada *línea del universo* de la partícula, y *m* es un escalar que representa la masa en reposo. El vector tangente a esta curva, es un vector temporal llamado cuadrivelocidad, el producto de este vector por la masa en reposo de la partícula es el cuadrimomento. Este cuadrimomento es un vector de cuatro componentes, tres de estas componentes se denominan espaciales y representan el análogo relativista del *momento lineal* (*momentum*) de la mecánica clásica, la otra componente denominada componente temporal representa la generalización relativista de la *energía cinética*. Dada una curva arbitraria en el *espacio-tiempo* puede definirse a lo largo de ella el llamado *intervalo relativista*, que se obtiene a partir del *tensor métrico*.

El concepto de *cuadrimomento* se generaliza mediante el llamado tensor de energía-impulso que representa la distribución en el *espacio-tiempo* tanto de la *energía* como del *momento lineal*. Un *campo*, dependiendo de su naturaleza puede representarse por un *escalar*, un *vector* o un *tensor* (ver el capítulo “Campos escalares, vectoriales y tensoriales”). Por ejemplo, el *campo electromagnético* se expresa mediante un *tensor* de *segundo orden* totalmente antisimétrico o 2-forma.

Las *magnitudes físicas* son representadas por *vectores* 4-*dimensionales* o bien por objetos matemáticos llamados *tensores*, que generalizan los *vectores*, definidos sobre un *espacio de cuatro dimensiones*. Matemáticamente estos 4-*vectores* y 4-*tensores* son elementos del *espacio vectorial tangente* al *espacio-tiempo* (los *tensores* se definen y se construyen a partir del *fibrado tangente* o *cotangente* de la *variedad* que representa el *espacio-tiempo*). E 3 es el *espacio euclídeo* (E por Euclides y 3 por el número de *dimensiones espaciales*) y M 4 es el *espacio-tiempo* de Minkowski. (M por Minkowski y 4 por el número de *dimensiones* de las que se compone la *variedad*).

CORRESPONDENCIA ENTRE E 3 Y M 4:	
ESPACIO TRIDIMENSIONAL EUCLÍDEO:	**ESPACIO-TIEMPO DE MINKOWSKI**:
Punto	Evento
Distancia	Intervalo
Velocidad	Tetravelocidad
Momentum	Tetramomentum

El intervalo relativista puede definirse en un espacio-tiempo plano como en la relatividad especial, o curvo como en la relatividad general. En el espacio-tiempo plano se emplea el *tensor métrico* de Minkowski, η_{ij} que en coordenadas galileanas o inerciales, resulta:

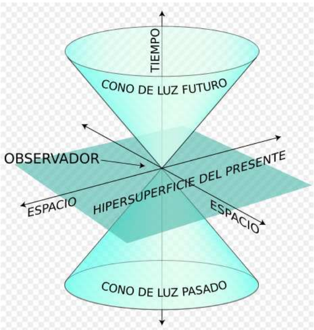
$$g_{ij} = \eta_{ij} = \begin{pmatrix} c^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

El *intervalo* o *distancia tetradimensional*, se representa mediante la expresión $d\,s^2$ que se calcula del siguiente modo:

$$d\,s^2 = g_{ij}\; d\,x_i\; d\,x_j$$
$$d\,s^2 = c^2\left(d\,x_0\right)^2 - \left(d\,x_1\right)^2 - \left(d\,x_2\right)^2 - \left(d\,x_3\right)^2$$
$$d\,s^2 = c^2\,t^2 - d\,x^2 - d\,y^2 - d\,z^2$$
$$d\,s^2 = c^2\,d\,t^2 - d\,l^2$$

Los *intervalos* pueden ser clasificados en tres categorías: *intervalos espaciales* (cuando ds^2 es negativo), *temporales* (si ds^2 es positivo) y *nulos* (cuando $ds^2 = 0$). Los *intervalos nulos* corresponden a *partículas* que se mueven a la velocidad de la luz, como los *fotones* y recorren una distancia dl, igual a su velocidad c multiplicada por el tiempo dt y por lo tanto el intervalo $ds^2 = c^2 dt^2 - dl^2$ es nulo. Los intervalos nulos pueden ser representados en forma de *cono de luz*. Sea un observador situado en el origen, el *futuro absoluto* (sucesos que serán percibidos por el individuo) se despliega en el semiespacio superior, correspondiente al semieje temporal superior y el *pasado absoluto* (los sucesos que ya han sido percibidos por el individuo) en el semiespacio inferior, correspondiente al semieje temporal inferior.

El presente es percibido por el observador en el punto O. Los sucesos que están fuera del *cono de luz*, no afectan al observador y se dice que están situados en zonas del espacio-tiempo que no guardan con él, *relación de causalidad*. El tiempo percibido por una partícula es el tiempo propio. Para facilitar la visualización, se representan sólo dos coordenadas espaciales.



Conos de luz según Stephen Hawking. Se representan dos dimensiones espaciales y una temporal (eje vertical). El observador se sitúa en el origen del sistema coordenado; el pasado y el futuro absolutos se corresponden con los segmentos inferior y superior del eje temporal. En el plano de simultaneidad o hipersuperficie del presente, $t = 0$. Los sucesos situados dentro de los conos se vinculan con el observador por intervalos temporales y los de exteriores, por intervalos espaciales.

El plano correspondiente a $t = 0$ se denomina *plano de simultaneidad* o *hipersuperficie del presente*. Los sucesos situados dentro de los conos están vinculados al observador por *intervalos temporales*. Los que se sitúan fuera, por *intervalos espaciales*. El *tiempo propio* y el *intervalo* se relacionan mediante la equivalencia: $c\, d\tau = ds$ (el *intervalo* es igual al *tiempo local* multiplicado por la *velocidad de la luz*). Una de las características tanto del *tiempo local* como del *intervalo* es su *invarianza* o *invariancia* ante las *transformaciones de coordenadas*; independientemente del punto de referencia y de la velocidad del sistema coordenado. Esta *invarianza* se expresa empleando *geometría hiperbólica*; la ecuación del *intervalo* ds corresponde a una *hipérbola* en un *espacio de cuatro dimensiones*, cuyo *término independiente* coincide con el valor del *cuadrado del intervalo* $(ds^2 = c^2 dt^2 - dl^2)$, que es constante. Las *asíntotas* de la *hipérbola* coinciden con el cono de luz.

En el *espacio-tiempo* de Minkowski, las *propiedades cinemáticas* de las *partículas* se representan por tres magnitudes: la *cuadrivelocidad* (o *tetravelocidad*); la *aceleración* y el *cuadrimomentum* (o *tetramomentum*). La *cuadrivelocidad* es un *cuadrivector tangente* a la *línea del universo* de la *partícula*, relacionada con la *velocidad coordenada* de un *cuerpo* medida por un *observador en reposo*. Esta *velocidad coordenada* se define con la expresión newtoniana $\frac{dx_i}{dt}$, donde (t, x_1, x_2, x_3) son el *tiempo coordenado* y las *coordenadas espaciales* medidas por el *observador*: $V_i = \frac{dx_i}{d\tau}$.

Las velocidades newtonianas dependientes del tiempo coordenado de diferentes observadores no se relacionan fácilmente por no ser covariantes; de modo que se introduce un invariante relativista (tiempo propio de la partícula) en la expresión de la velocidad. Usando la relación entre tiempo propio y tiempo coordenado $dt = \gamma d\tau$ se define la cuadrivelocidad propia. La velocidad coordenada de un cuerpo con masa depende del sistema de referencia que se adopte, mientras que la cuadri-velocidad propia es una magnitud que se transforma de acuerdo con el principio de covariancia y tiene un valor constante equivalente al intervalo dividido por el tiempo propio ($ds\,/\,d\tau$).

Dada la relación entre el *tiempo coordenado* y el *tiempo propio* τ el *cuadrivector velocidad* viene dado por:

$$\mathbf{V} = \left(\gamma \mathrm{c};\, \gamma v_x,\, \gamma v_y,\, \gamma v_z\right) = \left(\frac{\mathrm{c}}{\sqrt{1\text{-}\frac{v^2}{\mathrm{c}^2}}};\, \frac{\mathbf{v}}{\sqrt{1\text{-}\frac{v^2}{\mathrm{c}^2}}}\right) \in \Re \times \Re^3$$

, donde $\mathbf{v} = (v_x,\ v_y,\ v_z)$, es la *velocidad newtoniana* convencional y γ es el *factor* de Lorentz. El módulo de $\mathbf{V}$ es constante, pues:

$$\left|\mathbf{V}\right| = \sqrt{-g\left(\mathbf{V},\mathbf{V}\right)} = \sqrt{-\eta_{\alpha\beta}\, V^{\alpha}\, V^{\beta}} = \sqrt{-\gamma^2\left(-\mathrm{c}^2 + v_x^2 + v_y^2 + v_z^2\right)} = \mathrm{c}\sqrt{\frac{1\text{-}\frac{v_x^2+v_y^2+v_z^2}{\mathrm{c}^2}}{1\text{-}\frac{v^2}{\mathrm{c}^2}}} = \mathrm{c}\ .$$

Análogamente a lo que sucede en *mecánica newtoniana*, donde la *cantidad de movimiento* y la *velocidad* son dos *vectores proporcionales*, en *mecánica relativista* sus análogos el *cuadrimomento* y la *cuadrivelocidad* son dos *vectores* que difieren sólo en una *constante de proporcionalidad*, que se identifica con la *masa en reposo*:

$$\mathbf{P} = m\,\mathbf{V} = \left(\frac{E}{\mathrm{c}};\, p_x,\, p_y,\, p_z\right) = \left(\frac{m\,\mathrm{c}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{\mathrm{c}^2}}};\, \frac{m\,\mathbf{v}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{\mathrm{c}^2}}}\right)$$

La cuadriaceleración se define como la derivada de la cuadrivelocidad u con respecto al tiempo, $a_i = d u_i / d\tau$; es nula en los sistemas inerciales cuyas líneas del mundo son geodésicas o rectas en el espacio-tiempo plano de Minkowski. Por el contrario, las líneas del mundo curvadas corresponden a partículas con aceleración diferente de cero o sistemas no inerciales. La *velocidad coordenada* de un *cuerpo con masa* depende del *sistema de referencia* que se escoja, mientras que la *cuadrivelocidad propia* es una *magnitud* que se transforma de acuerdo con el *principio de covariancia* y tiene un valor siempre *constante* equivalente al *intervalo* dividido entre el *tiempo propio* $ds\,/\,d\tau$. Para *partículas sin masa*, como los *fotones*, no se aplica el procedimiento anterior, por no tener un *tiempo propio* correctamente definido, y la *cuadrivelocidad* puede definirse solamente como *vector tangente* a la trayectoria seguida por los mismos.

Componentes $\Rightarrow \left(u_0, u_1, u_2, u_3\right) \Rightarrow \left(\frac{d x_0}{d\tau}, \frac{d x_1}{d\tau}, \frac{d x_2}{d\tau}, \frac{d x_3}{d\tau}\right) \Rightarrow \left(\gamma, \gamma v_1, \gamma v_2, \gamma v_3\right)$

Magnitud o módulo $\Rightarrow \left|\vec{u}\right| = \sqrt{\vec{u}\bullet\vec{u}} = \sqrt{\mathrm{c}^2\left(u_0\right)^2 - \left(u_1\right)^2 - \left(u_2\right)^2 - \left(u_3\right)^2} = \sqrt{\frac{d s^2}{d\tau^2}}\ .$

Magnitud o módulo en cuerpos con masa $\Rightarrow \left|\vec{u}\right| = \sqrt{\dfrac{d s^2}{d\tau^2}} = \mathrm{c}$.

Magnitud o módulo en fotones $\Rightarrow \left|\vec{u}\right| = \sqrt{\dfrac{d s^2}{d\tau^2}} = \sqrt{\dfrac{0}{0}}$, no definida.

La Teoría de la Relatividad distingue entre *sistemas inerciales* (de *velocidad constante*, incluidos los que están en *reposo relativo*) y *sistemas no inerciales*, cuyo movimiento no es *constante*, sino *acelerado*. La *aceleración* puede ser definida como la *derivada temporal* de la *cuadrivelocidad* $a_i = \dfrac{d u_i}{d\tau}$. Su *magnitud* es igual a cero en los *sistemas inerciales*, cuyas *líneas de universo* son *geodésicas rectas* en el *espacio-tiempo llano* de Minkowski. Las *líneas del mundo curvadas* corresponden a *partículas* con aceleración *diferente de cero*; a *sistemas no-inerciales*.

Según la mecánica newtoniana, el *momentum* y la *energía* son *magnitudes conservadas* en todo *movimiento* sometido a *fuerzas conservativas*. Para Einstein y Minkowski el *momentum* y la *energía* no son *entidades independientes*, sino aspectos de una única *magnitud conservada*: el *cuadrimomentum*, que es un *cuadrivector* que reemplaza al *momentum clásico*. El *cuadrimomentum* se define como la *masa* de la partícula multiplicada por su *cuadrivelocidad*. Junto con los *principios de invarianza del intervalo* y la *cuadrivelocidad*, juega un papel fundamental la *ley de conservación del cuadrimomentum*. Es aplicable aquí la definición newtoniana del *momentum* $\vec{p} = \mu\,\vec{u}$ como la *masa* (en este caso conservada, μ) multiplicada por la *velocidad* (*cuadrivelocidad*), y sus componentes son $(m,\ p_1,\ p_2,\ p_3)$, teniendo en cuenta que $m = \gamma\,\mu$. La cantidad de *momentum conservado* es definida como la *raíz cuadrada* de la *norma del vector* de *cuadrimomentum*. El *momentum conservado*, al igual que el *intervalo* y la *cuadrivelocidad propia*, *permanece invariante ante las transformaciones de coordenadas*, debiéndose distinguir entre los *cuerpos con masa* y los *fotones*. En los primeros, la *magnitud* del *cuadriomentum* $\left|\vec{p}\right| = \mu\,\mathrm{c}$, es la *masa multiplicada por la velocidad de la luz*. El *cuadrimomentum conservado* de los *fotones* es igual a la *magnitud* de su *momentum tridimensional* $\left|\vec{p}\right| = \mathbf{p}$. Como tanto la *velocidad de la luz* como el *cuadrimomentum* son *magnitudes conservadas*, también lo es su *producto*, al que se le da el nombre de *energía conservada*, dada por, $E_{\text{conservada}} = \left|\vec{p}\right|\,\mathrm{c}$, que en los *cuerpos con masa* equivale a la masa multiplicada por la velocidad de la luz al cuadrado $E_{\text{conservada}} = \mu\,\mathrm{c}^2$ y en los *fotones*, al *momentum multiplicado por la velocidad de la luz* $E_{\text{conservada}} = \mathbf{p}\,\mathrm{c}$.

Componentes $\Rightarrow \left(p_0,\, p_1,\, p_2,\, p_3\right) \Rightarrow \left(\gamma\,\mu,\ \gamma\,\mu\,v_1,\ \gamma\,\mu\,v_2,\ \gamma\,\mu\,v_3\right) \Rightarrow \left(m,\, p_1,\, p_2,\, p_3\right)$

Magnitud del cuadrimomentum $\Rightarrow \left|\vec{p}\right| = \sqrt{\vec{p}\bullet\vec{p}} = \sqrt{m^2\,\mathrm{c}^2 - p^2} = \sqrt{\dfrac{E^2}{\mathrm{c}^2} - p^2}$.

Magnitud en cuerpos con masa $\Rightarrow \left|\vec{p}\right| = \sqrt{\vec{p}\bullet\vec{p}} = m\sqrt{\vec{u}\bullet\vec{u}} = \mu\,\mathrm{c}$.

Magnitud en fotones (masa = 0) $\Rightarrow \left|\vec{p}\right| = \sqrt{\vec{p}\bullet\vec{p}} = \sqrt{m^2 c^2 - p^2} = \sqrt{p^2} = p$

Energía conservada $\Rightarrow E_{conservada} = c\left|\vec{p}\right| = c\sqrt{\vec{p}\bullet\vec{p}} = \sqrt{E^2 - p^2 c^2}$

Energía en cuerpos con masa
(cuerpos en reposo $\mathbf{p} = 0$) $\Rightarrow E_{conservada} = \sqrt{m^2 c^4 - p^2 c^2} \Rightarrow E_{conservada} = m c^2$

Energía en fotones
(masa en reposo = 0) $\Rightarrow E_{conservada} = \sqrt{m^2 c^4 - p^2 c^2} = \sqrt{p^2 c^2} = p\,c$

La conservación del cuadrimomentum origina las tres leyes de conservación clásicas: (1) La energía es una cantidad conservada; (2) El *momentum clásico* es una *cantidad conservada*; (3) La *norma del cuadrimomento* es un *escalar conservado* independiente del *observador*.

En las reacciones entre un grupo de partículas aisladas, el *cuadrimomentum* se conserva. La *masa* de un *sistema de partículas* puede ser mayor que la suma de la *masa de las partículas*, debido a que la *energía cinética* se cuenta como *masa*. Por ejemplo, si tenemos dos partículas con *cuadrimomentum* {5, 4, 0, 0} y {5, -4, 0, 0} cada una tendría una *masa* de 3 unidades, pero su *masa* total sería de 10. Nótese que la pseudo-norma del *cuadrivector* $\{t, x, y, z\}$ es $\sqrt{t^2 - x^2 - y^2 - z^2}$. La Tabla siguiente presenta una síntesis de *componentes* de la *mecánica relativista*.

TABLA - SÍNTESIS DE COMPONENTES DE LA MECÁNICA RELATIVISTA

CONCEPTO:	COMPONENTE:	FÓRMULA	PART. C/ MASA:	FOTONES:
Intervalo:	$d x_a = \begin{bmatrix} d t \\ d x_1 \\ d x_2 \\ d x_3 \end{bmatrix}$	$d s^2 = d\vec{x} \bullet d\vec{x}$	$d s^2 \neq 0$	$d s^2 = 0$
Cuadrivelocidad:	$u_a = \dfrac{d x_a}{d \tau} = \begin{bmatrix} \gamma \\ \gamma v_1 \\ \gamma v_2 \\ \gamma v_3 \end{bmatrix}$	$\left\|\vec{u}\right\| = \sqrt{\vec{u}\bullet\vec{u}} = \sqrt{\dfrac{d s^2}{d \tau^2}}$	$\left\|\vec{u}\right\| = c$	No definida
Aceleración:	$a_a = \dfrac{d^2 x_a}{d \tau^2}$		$a_a = 0$, en sist. inerciales, $a_a \neq 0$, en sist. no-inerciales	No-definida
Cuadrimomentum:	$p_a = \mu\, u_a = \begin{bmatrix} m \\ -p_1 \\ -p_2 \\ -p_3 \end{bmatrix}$	$\left\|\vec{p}\right\| = \sqrt{\vec{p}\bullet\vec{p}} = \sqrt{\dfrac{E^2}{c^2} - p^2}$	$\left\|\vec{p}\right\| = \mu\, c$	$\left\|\vec{p}\right\| = p$

La *gravitación universal* es descripta en la Física Clásica por tres *ecuaciones fundamentales*. La primera expresa que la *fuerza gravitatoria* entre dos *cuerpos*, es *proporcional* al producto de sus *masas* e *inversamente proporcional* al cuadrado de su *distancia*: $F = \dfrac{\mathrm{G}\,M\,m}{r^2}$.

La segunda, indica que el *potencial gravitatorio* (Φ) en un determinado punto es igual a la *masa* multiplicada por la *constante* G y dividida por la distancia r : $\Phi = \dfrac{\mathrm{G}\,M}{r}$ y la tercera o ecuación de Poisson, establece que el *laplaciano* del *potencial gravitatorio* es igual a $4\,\pi\,\mathrm{G}\,\rho$: $\Delta\,\Phi = 4\,\pi\,\mathrm{G}\,\rho$, donde ρ es la *densidad de masa* en una determinada *región esférica*. Estas ecuaciones no son compatibles con la Relatividad Especial por dos razones:

- La *masa* no es una *magnitud absoluta*, sino que depende de la velocidad relativa con respecto al *observador*; por consiguiente, la *densidad de masa* ρ no sirve como parámetro de *interacción gravitatoria* entre dos *cuerpos*.
- Siendo el concepto de *espacio* relativo, también lo es la noción de *densidad*. La *contracción del espacio* producida por el *incremento de la velocidad* con respecto a un *observador*, impide la existencia de *densidades* que permanezcan *invariables* ante las *transformaciones* de Lorentz.

Se reemplaza del *factor* ρ en el *miembro derecho* de la *fórmula* de Poisson por el *tensor de energía-momentum* $(T^{\alpha\beta})$; *objeto geométrico-matemático* que permanece invariante ante las *transformaciones* de Lorentz. Los *coeficientes* de $(T^{\alpha\beta})$ describen la cantidad de *tetramomentum* p^{α} que atraviesa una *hipersuperficie* Π_β , normal al *vector unitario* $\vec{u}^{\beta}$.

El *tensor* de *energía-momentum* puede expresarse mediante la siguiente ecuación:

$$p^{\alpha} = \int_{\Pi} T^{\alpha\beta}\; d\,\Pi_{\beta} \;\; .$$

Es decir, el componente p^{α} del *tetramomentum* es igual a la *integral de hipersuperficie* $d\,\Pi_{\beta}$ del *tensor* de *tensión-energía*. En un *fluido ideal*, del que están ausentes tanto la *viscosidad* como la *conducción de calor*, los *componentes* del *tetramomentum* se calculan haciendo:

$$T^{\alpha\beta} = \left(\rho + \frac{P}{\mathrm{c}^2} \right) u^{\alpha}\, u^{\beta} - P\; g^{\alpha\beta} \, .$$

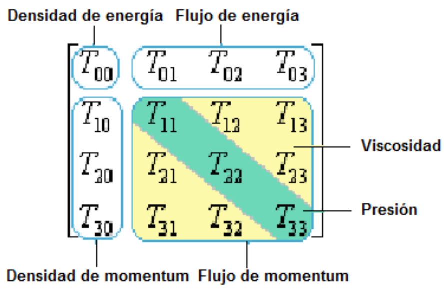
Siendo ρ la *densidad de masa-energía* (*masa por unidad de volumen tridimensional*), P es la *presión hidrostática*, u^{α} es la *cuadrivelocidad del fluido* y $g^{\alpha\beta}$ es la *matriz inversa* del *tensor métrico de la variedad.*

Si un *observador* en *reposo relativo* respecto al *fluido*, mide los *componentes* del *tensor*, entonces el *tensor métrico* viene dado por la métrica de Minkowski:

$$g_{\alpha\beta} = \eta_{\alpha\beta} = \mathrm{diag}\left(\mathrm{c}^2, -1, -1, -1\right)$$
$$g^{\alpha\beta} = \eta^{\alpha\beta} = \mathrm{diag}\left(\frac{1}{\mathrm{c}^2}, -1, -1, -1\right)$$

Como la *tetravelocidad del fluido* respecto al *observador en reposo* es: u^{α} = (1, 0, 0, 0), los *coeficientes* del *tensor de tensión-energía* son los siguientes: $T^{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} \rho & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -P_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -P_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -P_3 \end{pmatrix}$,

donde ρ es la *densidad de masa*, y P_i son los *componentes tridimensionales* de la *presión hidrostática*. El *campo gravitatorio* tiene dos *fuentes diferentes*: la *masa* y el *momentum* del *fluido* en cuestión. Los *efectos gravitatorios* originados por la *masa* se denominan *efectos gravitoeléctricos*, mientras que aquellos que se deben al *momentum* se llaman *efectos gravitomagnéticos*. Los primeros tienen una *intensidad* c^2 superior a los segundos, que sólo se manifiestan en aquellos casos en los que las *partículas del fluido* se mueven con una velocidad cercana a la de la luz (se habla entonces de *fluidos relativistas*); es el caso de los *chorros* (*jets*) que emanan del centro de una galaxia en dos sentidos en la dirección definida por el eje de rotación de este *cuerpo cósmico*; de la *materia* que se precipita hacia un *agujero negro* y del *fluido estelar* que se dirige hacia el centro de la estrella cuando esta entra en *colapso*.



Tensor de tensión-energía.

A partir del *tensor de tensión-energía*, puede calcularse la *masa* de un determinado *volumen* del *fluido*. El coeficiente T^{00} es la cantidad de *momentum* p^0 (*masa*) que atraviesa la *hipersuperficie* $d\Pi_0$, que en el *espacio-tiempo* de Minkowski, es la región que se define por las tres *bases vectoriales normales* al *vector* dx_0; Π_0 es un *volumen tridimensional*, definido por los *vectores base* $\vec{e}_1$ (eje x), $\vec{e}_2$ (eje y), y $\vec{e}_3$ (eje z). Puede escribirse:

$$p^0 = \int T^{00}\, d\Pi_0$$

$$m = \int \rho\, dV$$

Es posible deducir a partir del *tensor de tensión-energía*, la *definición newtoniana* de *presión*, introduciendo en la *ecuación* cualquier par de *índices* que sean diferentes de *cero*:

$$p^1 = \int_{\Pi} T^{11}\, d\Pi_1$$

La *hipersuperficie* $d\Pi_1$ es la *región* del *espacio-tiempo* definida por los tres *vectores unitarios normales* a dx_1. Se trata de los dos *vectores espaciales* $\vec{e}_2$ y $\vec{e}_3$, correspondientes a los *ejes* y y z.

Siendo el *vector temporal* $\vec{e}_0$ o dt, puede *descomponerse* la *integral de hipersuperficie* en una *integral temporal*, cuyo *integrando* se define por dt, y otra de *superficie bidimensional*, con dS:

$$p^1 = \iint_S -P_1\, dS_1\, dt$$

Derivando parcialmente ambos *miembros* respecto al *tiempo* y teniendo en cuenta que la *fuerza* es la *tasa de incremento temporal del momentum*, se obtiene una expresión coincidente con la *definición newtoniana* de *presión* como *fuerza ejercida por unidad de superficie*:

$$F^1 = \int_S -P_1\, dS_1$$

Las ecuaciones deducidas por el físico escocés James Clerk Maxwell demostraron que *electricidad* y *magnetismo* no son más que dos manifestaciones de un mismo *fenómeno físico*: el *campo electromagnético*. Ahora bien, para describir las propiedades de este *campo* los físicos de finales del siglo XIX debían utilizar dos *vectores diferentes*, los correspondientes a los *campos eléctrico* y *magnético*. La Relatividad Especial permitió describir el *electromagnetismo* con un sólo *objeto geométrico*, el *vector cuadripotencial*, cuyo *componente temporal* se corresponde con el *potencial eléctrico*, mientras que sus *componentes espaciales* son los mismos que los del *potencial magnético*: $A^\alpha = (V,\ A_x,\ A_y,\ A_z)$. De este modo, el *campo eléctrico* se interpreta como la *suma* del *gradiente del potencial eléctrico* más la *derivada temporal* del *potencial magnético*:

$$E = -\nabla V - \frac{\partial A}{\partial t}$$

El *campo magnético*, esta dado por el *rotacional* del *potencial magnético* (ver capítulo sobre “Campos escalares, vectoriales y tensoriales):

$$B = \nabla \times A$$

Las *propiedades* del *campo electromagnético* pueden también expresarse utilizando un *tensor* de *segundo orden* denominado *tensor* de Faraday, que se obtiene *diferenciando exteriormente* al *vector cuadripotencial* A^α: $F_{\alpha\beta} = \partial_\alpha A_\beta - \partial_\beta A_\alpha$,

$$F^{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{E_x}{c} & \frac{E_y}{c} & \frac{E_z}{c} \\ -\frac{E_x}{c} & 0 & B_z & -B_y \\ -\frac{E_y}{c} & -B_z & 0 & B_x \\ -\frac{E_z}{c} & B_y & -B_x & 0 \end{pmatrix} , \quad F^\alpha_\beta = \begin{pmatrix} 0 & E_x & E_y & E_z \\ -E_x & 0 & B_z & -B_y \\ -E_y & -B_z & 0 & B_x \\ -E_z & B_y & -B_x & 0 \end{pmatrix}$$

La fuerza de Lorentz puede deducirse a partir de la siguiente expresión:

$$f^\alpha = q\ F^\alpha_\beta\ u^\beta$$
$$F = q\left(E + u \times v\right)$$

Siendo q la carga y u^α, la *cuadrivelocidad* de la *partícula*.

La Teoría de la Relatividad General ha explicado con éxito el movimiento de los planetas y otros objetos en el sistema solar; dando cuenta del desplazamiento del perihelio de Mercurio; de la deflexión de los rayos de luz provenientes de estrellas lejanas; del retardo relativo de señales de radar; etc. En Cosmología ha respondido cuestiones sobre el origen, evolución y destino final del Universo; terreno donde teorías alternativas y generalizaciones de la relatividad han justificado la forma general y estructura del Universo (ver capítulos con orientación cosmológica).

Entre las generalizaciones interesantes se destacan la Teoría métrica en cuatro dimensiones de la gravitación de Einstein-Cartan, que permite explicar el espín o momento angular intrínseco de las partículas como propiedad geométrica asociada a la estructura del espacio-tiempo, lo que se justifica introduciendo un tensor de torsión no-nulo (la Teoría de la Relatividad General puede considerarse un caso particular de esta otra teoría cuando el tensor de torsión se anula). También las Teorías de Kaluza-Klein en las que además de ser interpretado el campo gravitatorio como un efecto geométrico, se pretende explicar toda la materia o algunas formas de la misma como el efecto de una geometría curvada de dimensión $n > 4$. Así, el campo electromagnético se explica introduciendo un espacio-tiempo de 5 dimensiones, en el que al considerar la proyección del movimiento sobre una variedad de dimensión cuatro, las partículas parecen moverse dentro de ella como si estuvieran perturbadas por un campo electromagnético.

Constituye una herramienta esencial de la astrofísica moderna, brindando una explicación del funcionamiento de los agujeros negros; regiones del espacio donde la atracción gravitacional es tan intensa que ni siquiera la luz puede escapar de ella. La curvatura de la luz debido a la gravedad explica las múltiples imágenes (lente gravitacional) de un mismo objeto astronómico visible. Se dispone asimismo de evidencias indirectas de la existencia de ondas gravitacionales y la Relatividad General es también la base del modelo estándar del Big Bang.

Según John Archibald Wheeler (1911-2008) la teoría de Einstein respecto de la gravedad geométrica puede resumirse así: “el espacio-tiempo le dice a la materia cómo moverse; la materia le dice al espacio-tiempo, cómo debe curvarse”. La curvatura en cada punto del espacio-tiempo determina la curvatura general del espacio; la función métrica y la rapidez con que cambia de un punto a otro, definen el tensor de curvatura de Riemann, que describe la forma en que el espacio-tiempo es curva en cada punto. El contenido de materia del espacio, determina el tensor energía-impulso **T**.

La cantidad **G** que mide la curvatura, se relaciona con la cantidad **T** que mide el contenido de materia. Las constantes que participan en la ecuación del tensor **G** de Einstein, reflejan las diferentes teorías que se usaron para deducirlas: G es la constante de gravitación universal que ya está presente en la gravedad de Newton; c es la velocidad de la luz, la clave constante de la relatividad especial, y π es una de las constantes básicas de la geometría. La aparición de π en la ecuación se asocia con la zona (4 π) de la unidad de materia, mientras que las constantes c y G se necesitan para convertir la cantidad **T** (con unidades físicas) en unidades puramente geométricas:

$$\mathbf{G} = \frac{8\pi \mathrm{G}}{\mathrm{c}^4}\,\mathbf{T}\ .$$

Como comprobaciones experimentales, pueden citarse:

(1) la anómala precesión o avance del perihelio de Mercurio, fenómeno observado en 1859, pero confirmado mediante el uso de radiotelescopios entre 1966 y 1990. El mismo fenómeno ocurre en menor escala en los demás planetas cercanos al Sol;

(2) deflexión de la luz de una estrella al pasar cerca del Sol, de manera que la posición aparente varia 1,75 segundos de arco (en 1919, la expedición británica al África y a Brasil para estudiar el eclipse de Sol del 28 de mayo de ese año, dirigida por Arthur Eddington, confirmó la predicción de Einstein);

(3) corrimiento gravitacional al rojo, comprobado mediante el experimento de Pound y Rebka en 1959 (Laboratorio Jefferson de la Universidad de Harvard) y medido sobre una onda de radiación de alta energía en el campo gravitatorio terrestre;

(4) detección de ondas gravitacionales emitidas por estrellas binarias orbitantes; confirmación de la existencia de estrellas de neutrones y agujeros negros; de lentes gravitacionales y convergencia de las medidas cosmológicas en un modelo aproximadamente llano del Universo observable, con un parámetro de densidad de materia de aproximadamente el 30 % de la densidad crítica y una constante cosmológica de aproximadamente el 70 % del valor crítico;

(5) el experimento Hafele-Keating en 1971 y las sondas espaciales de Prueba de la Gravedad A y B, validaron la dilatación gravitacional del tiempo; algo comprobado más rigurosamente con los satélites de posicionamiento o GPS que requieren una sincronización con los situados en tierra pues si no se tiene en cuenta el efecto que sobre el tiempo tiene la velocidad del satélite y la reducción de la atracción gravitatoria respecto a un observador en tierra, se produce un adelanto de 38 microsegundos por día en el reloj del satélite (sin corrección, su reloj retrasaría al día 7 microsegundos como consecuencia de la velocidad y adelantaría 45 microsegundos por efecto de la disminución de la atracción gravitatoria terrestre), que a su vez provocarían errores de varios kilómetros en la determinación de la posición de un punto sobre la superficie terrestre;

(6) continúa bajo comprobación el principio de equivalencia o postulado relativista que asume que la masa inercial y la masa gravitacional son lo mismo; etc.

(7) se han detectado ondas gravitacionales en estrellas binarias (pares de estrellas que orbitan una alrededor de la otra y pierden energía gradualmente por la emisión de ondas gravitacionales). En 1974 se observó pérdida de energía en el púlsar (estrella de neutrones que emiten un haz estrecho de radiación electromagnética de sus polos) binario PSR B1913+16 y desde entonces, se han descubierto varios púlsares binarios.

Al ser desviada por la masa de una galaxia, la luz de un objeto lejano (un quásar por ejemplo) puede llegar a un observador por dos o más caminos (lentes gravitacionales que además proporcionan una manera de detectar materia oscura y precisar el valor de la constante de Hubble, una medida del universo en curso de expansión). A partir de 1998 se asume que la expansión del Universo es acelerada de un modo que justifica la constante cosmológica, o su equivalente de energía oscura presente en todas las regiones del espacio (ver el artículo “Un cambio de escala; del *οὶχος* al *χόσμος*”). Cuando la masa se concentra en una región compacta de espacio, la teoría predice la formación de un agujero negro; región con una atracción gravitatoria tan fuerte que ni siquiera la luz puede escapar (ver el artículo “Probables orígenes del espacio-tiempo”). Se cree que ciertos tipos de agujeros negros son el estado final en la evolución de estrellas masivas.